

## Lista 2018 – Parte II

**2017.1** Programe as seguintes condições de estabilidade robusta para sistemas contínuos variantes no tempo com taxa de variação limitada

$$\begin{bmatrix} \dot{P}(\alpha) + FA(\alpha) + A(\alpha)'F' & P(\alpha) - F + A(\alpha)'G(\alpha)' \\ P(\alpha) + G(\alpha)A(\alpha) - F' & -G(\alpha) - G(\alpha)' \end{bmatrix} < \mathbf{0}, \quad P(\alpha) = P(\alpha)' > \mathbf{0}$$

com  $A(\alpha) = \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2$ ,  $P(\alpha) = \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2$ ,  $G(\alpha) = \alpha_1 G_1 + \alpha_2 G_2$ ,  $(\alpha_1, \alpha_2) \in \Lambda_2$ . Usando as condições programadas, determine o maior valor de  $\gamma$  que garante estabilidade a estabilidade robusta para

$$A(\alpha) = \alpha_1 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -2 \end{bmatrix} + \alpha_2 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -22 & -2 \end{bmatrix}, \quad |\dot{\alpha}_1| = |\dot{\alpha}_2| \leq \gamma$$

Deve ser apresentado o código e o valor de  $\gamma_{max}$ .

**2017.2** Seja o sistema linear precisamente conhecido a tempo discreto

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \begin{bmatrix} -0.9 & 1 \\ 0 & 0.9 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} w(k) \\ z(k) &= [1 \ 0] x(k) + 0.1w(k) \\ y(k) &= [-1 \ -3] x(k) + 0w(k) \end{aligned}$$

- (a) Forneça o filtro  $\mathcal{H}_\infty$  ótimo de ordem completa (4 casas de precisão), o valor da norma e o código utilizado para sintetizar o filtro. Apresente uma simulação temporal contendo os sinais  $z(k)$ ,  $z_f(k)$ ,  $w(k)$  e informe o valor do erro quadrático médio dado por

$$e = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z(i) - z_f(i))^2$$

adotando um horizonte  $N = 50$ ,  $x(0) = [10 \ -10]'$ ,  $x_f(0) = [0 \ 0]'$  e  $w(k) = \exp(-0.25k) \cos(10k)$ .

- (b) Repita o item (a) para o filtro  $\mathcal{H}_2$  ótimo de ordem completa.

**2017.3** Usando as condições LMI do Lema 2 da aula 10, determine um ganho estabilizante  $u(t) = Ly(t)$  para o sistema linear

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \tag{1}$$

com as matrizes  $(A, B, C)$  dadas por: a) (2)    b) (3)    c) (4)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}; \quad C = [1 \ 0] \tag{2}$$

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -7 & 2 \\ 0 & -4 & -2 \\ -3 & 2 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad C = [1 \ 0 \ 0] \quad (3)$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 7 \\ 3 & -2 & 0 \\ -3 & -4 & -1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}; \quad C = [1 \ 0 \ 0] \quad (4)$$

Apresente o ganho estabilizante (caso exista) e o código fonte do programa.

**2017.4** Seja um sistema linear discreto no tempo com as seguintes matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 0 \\ -2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad C_1 = [0 \ -1 \ 2 \ 1],$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}, \quad D_{11} = [0 \ 0 \ 0], \quad D_{12} = [0 \ 1], \quad D_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Determine os controladores ótimos  $\mathcal{H}_2$  e  $\mathcal{H}_\infty$  de ordem completa. Deverão ser apresentadas as matrizes dos controladores (truncadas com 2 casas decimais), os valores das normas e os códigos fontes dos programas.

**2017.5** Seja um sistema linear a tempo contínuo cujas matrizes  $(A, B)$  são dadas por

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 6 \\ 7 & 2 & -5 \\ -9 & 7 & 4 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- Obtenha um ganho de realimentação de estados “cheio” utilizando o Lema 1 da Aula 8.
- Repita o item anterior, mas dessa vez procurando por um ganho descentralizado com a estrutura

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & k_{13} \\ 0 & k_{22} & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

- Repita o item (a) usando o Lema 5 com  $\xi \in \{0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100\}$ .
- Repita o item anterior, mas dessa vez procurando por um ganho descentralizado com a estrutura apresentada anteriormente.
- Procure pelo ganho descentralizado utilizando o Lema 3 da aula de realimentação de saída (método dos 2 estágios). Use o Lema 5 da Aula 8 como primeiro estágio (ganho “cheio”) com  $\xi \in \{0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100\}$ . Considerando  $C = I$ , imponha a descentralização no segundo estágio.

Entregue o código fonte e apresente todos os ganhos sintetizados.

**Entrega:** A lista deve ser entregue por meio de um único arquivo pdf (que deverá incluir todos códigos fontes de programas), enviado no endereço: ricfow@dt.fee.unicamp.br. No assunto do email, colocar: IA892 - Lista B - RA xxxxx