

Lista 7a – Sistemas contínuos no tempo

7a.1 Gere os vetores h^j que definem os vértices do politopo \mathcal{D} , que representa o espaço no qual o vetor

$$[\dot{\alpha}_1(t) \quad \dot{\alpha}_2(t) \quad \dot{\alpha}_3(t)]'$$

pode assumir valores, usando os limitantes

$$-\frac{1}{2} \leq \dot{\alpha}_1(t) \leq 1, \quad -1 \leq \dot{\alpha}_2(t) \leq 2, \quad -2 \leq \dot{\alpha}_3(t) \leq 3.$$

7a.2 Usando as condições suficientes do Teorema 2, determine o maior valor de γ tal que o sistema linear variante no tempo

$$\dot{x}(t) = \alpha_1(t) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -2 \end{bmatrix} + \alpha_2(t) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -23 & -2 \end{bmatrix}, \quad \alpha(t) \in \Delta_N, \quad \forall t \geq 0$$

seja robustamente estável para as seguintes taxas de variação:

$$-\gamma \leq \dot{\alpha}_1(t) \leq \gamma, \quad -\gamma \leq \dot{\alpha}_2(t) \leq \gamma$$

7a.3 Adapte as condições do Lema 1 apresentado na Aula 5 (Finsler com variáveis de folga constantes) para tratar o caso variante no tempo. Programe as LMIs resultantes e aplique no sistema linear variante no tempo do exercício anterior para descobrir o maior valor de γ admissível por essa condição.

7a.4 Faça as variáveis de folga da condição desenvolvida no exercício anterior dependerem linearmente de α e repita o exercício. Os resultados foram menos conservadores?

7a.5 Faça as variáveis de folga da condição desenvolvida no exercício 7a.3 dependerem linearmente de β e repita o exercício. Os resultados foram menos conservadores?

7a.6 Seja a matriz de Lyapunov $P(\alpha) = \alpha_1^2 P_{20} + \alpha_1 \alpha_2 P_{11} + \alpha_2^2 P_{02}$. Forneça a expressão de $\dot{P}(\alpha)$ homogeneizada para grau 3 em α .

7a.7 Utilize o resultado da questão anterior para gerar o conjunto de LMIs (parametrizado em função dos vetores h^j) que testa as expressões $P(\alpha) > 0$ e $A(\alpha)'P(\alpha) + P(\alpha)A(\alpha) + \dot{P}(\alpha) < 0$. Refaça o exercício 7a.3 com as condições resultantes.

7a.8 Utilizando o *Multi-Parametric toolbox*¹, desenvolva um programa em Matlab que construa os vetores h^j para um sistema politópico com um número arbitrário de vértices. Utilize a rotina *Polyedron* para construir os vértices h^j a partir das restrições lineares $A_d x \leq b_d$ e $A_e x = b_e$, obtidas a partir dos limitantes de $\dot{\alpha}_i$ e da soma $\dot{\alpha}_1 + \dot{\alpha}_2 + \dots + \dot{\alpha}_N = 0$.

7a.9 Gere 100 politopos aleatórios estáveis de $N = 3$ vértices e aplique as condições usadas nos exercícios 7a.2, 7a.3, 7a.4 e 7a.5 para determinar o maior valor de γ tal que os sistemas sejam robustamente estáveis para $|\dot{\alpha}_i| \leq \gamma$. Na média, qual condição foi a menos conservadora? Use o programa desenvolvido em 7a.8 para construir os vetores h^j automaticamente.

7a.10 Utilizando o Robust LMI Parser², programe novamente todas as condições desenvolvidas nesta lista, mas agora tratando um número arbitrário de vértices e considerando graus genéricos para todas as variáveis de otimização. Refaça o exercício 7a.9 utilizando as novas rotinas e considerando grau dois para a matriz de Lyapunov (e para as variáveis de folga se for o caso).

¹<https://www.mpt3.org/>

²<https://rolmip.github.io/>