Nome: ....

RA: ....

1) (100)	
2) (100)	
3) (100)	
4) (100)	

P2) ____________

1ª Questão: Considere o problema de estabilização robusta de um conjunto de pares de matrizes (A_i, B_i), $i = 1, \ldots, N$, isto é, a determinação de um ganho robusto K tal que o sistema contínuo em malha fechada

$$\dot{x} = (A_i + B_i K)x$$

seja assintoticamente estável $\forall\ i$, $i = 1, \ldots, N$.

a) Usando uma função quadrática de Lyapunov $v(x) = x'Px$, com $P = P' > 0$ constante, obtenha condições suficientes para a solução do problema em termos de LMIs

b) Obtenha condições suficientes, em termos de LMIs, assegurando que todos os autovalores de $A_i + B_i K$ possuem parte real estritamente menor do que -3

2ª Questão: Considere o problema de estabilização robusta de um conjunto de pares de matrizes (A_i, B_i), $i = 1, \ldots, N$, isto é, a determinação de um ganho robusto K tal que o sistema discreto em malha fechada

$$x(k+1) = (A_i + B_i K)x(k)$$

seja assintoticamente estável $\forall\ i$, $i = 1, \ldots, N$.

a) Usando uma função quadrática de Lyapunov $v(x) = x'Px$, com $P = P' > 0$ constante, obtenha condições suficientes para a solução do problema em termos de LMIs

b) Obtenha condições suficientes, em termos de LMIs, assegurando que todos os autovalores de $A_i + B_i K$ possuem parte valor absoluto estritamente menor do que 0.7

3ª Questão: Considere o sistema linear com atraso d

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t-d) \tag{1}$$

Sabendo que o sistema é estável se existirem matrizes simétricas definidas positivas P e S tais que

$$A'P + PA + S + PA_d S^{-1} A_d' P < 0$$

a) Formule a condição acima como uma LMI em termos das variáveis $P = P' > 0$ e $S = S' > 0$

b) Formule em termos de LMI condições suficientes para que o sistema

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t-d) + Bu(t) \tag{2}$$

seja estabilizável pela lei de controle $u(t) = Kx(t) + K_d x(t-d)$

[Dica: use o fato de que a estabilidade do sistema (1) equivale à estabilidade do sistema dual, isto é, com $A = A'$ e $A_d = A_d'$.]

4ª Questão: Mostre que existe K tal que o sistema discreto

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

é estabilizável com a lei de controle $u(k) = Kx(k)$ se e somente se existirem matrizes $W = W' > 0$, Z e G de dimensões apropriadas tais que

$$\begin{bmatrix} W & AG + BZ \\ G'A' + Z'B' & G + G' - W \end{bmatrix} > 0$$