Nome: .... **RA:** ....

1	
2	
3	
4	
5	
B	

1ª Questão: Seja a seguinte desigualdade matricial

$$A'X + XA + XH'\Psi^{-1}HX < 0$$

com $X' = X > 0$ e H variáveis do problema e A uma matriz dada. Se possível, linearize a desigualdade matricial nos casos listados abaixo. Caso o procedimento de linearização envolva mudanças de variáveis, a recuperação das variáveis originais deve necessariamente ser apresentada. A garantia de eventuais inversões de variáveis deve ser discutida.

(a) $\Psi = I$.

(b) $\Psi = H + H'$

(c) $\Psi = X^{-1}$. Dica: Use $(H^{-1} - X)(-X^{-1})(H^{-1} - X)' \leq 0$.

2ª Questão: Seja a seguinte desigualdade matricial

$$\begin{bmatrix} B + B' - G - G' & AB & A + FG \\ \star & G + G' - L - L' & F + JL \\ \star & \star & L + L' - X \end{bmatrix} > 0$$

sendo $X' = X > 0$, A, B, F, G, J e L variáveis do problema. Se possível, linearize a desigualdade matricial. Caso o procedimento de linearização envolva mudanças de variáveis, a recuperação das variáveis originais deve necessariamente ser apresentada. A garantia de eventuais inversões de variáveis deve ser discutida.

3ª Questão: Seja $K = ZX^{-1}$, $Z \in \mathbb{R}^{1\times 3}$, $X \in \mathbb{R}^{3\times 3}$, um ganho de realimentação de estados. Apresente a estrutura de Z e X de modo a produzir o ganho descentralizado

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & 0 \end{bmatrix}$$

considerando (a) X como uma matriz simétrica; (b) X como uma matriz cheia.

4ª Questão: Seja o sistema linear a tempo discreto

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

e a lei de controle por realimentação de estados $u(k) = Kx(k)$. Mostre que a factibilidade da LMI

$$\begin{bmatrix} W & AW + BZ \\ \star & W \end{bmatrix} > 0, \qquad Z = KW$$

garante que o sistema em malha fechada é Schur estável.

5ª Questão: Considere uma matriz incerta $A(\theta)$, associada ao sistema linear contínuo no tempo $\dot{x} = A(\theta)x$, dada por

$$A(\theta) = A_0 + \theta_1 A_1,$$

(a) Adotando as seguintes mudanças de variáveis $\alpha_1 = \theta_1 + 1$, $\alpha_2 = 1 - \alpha_1$, $\alpha \in \Lambda_2$, apresente a nova matriz do sistema $A(\alpha)$.

(b) Apresente a versão homogeneizada de $A(\alpha)$.

(c) Adotando $P(\alpha) = P_0 + \theta_1 P_1$ como matriz de Lyapunov, apresente as LMIs dependentes de parâmetros que certificam a estabilidade do sistema.

(d) Apresente o conjunto (finito) de LMIs que testam as LMIs dependentes de parâmetros fornecidas no item anterior.

(e) Apresente uma condição menos conservadora do que a fornecida em (d).

Bônus: (pontos extras) Seja o sistema linear

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bw(t) \tag{1}$$
$$z(t) = Cx(t) + Dw(t) \tag{2}$$

Se as seguintes desigualdades

$$\dot{v}(t) + \xi v(t) - \delta w(t)'w(t) \leq 0 \tag{3a}$$
$$z(t)'z(t) \leq \eta\xi v(t) + \eta w(t)'(\eta - \delta)w(t) \tag{3b}$$

forem satisfeitas com $v(t) = x(t)'Px(t) > 0$, então η é um limitante superior para a chamada "norma estrela" (ou norma-*) do sistema, isto é, $\| H \|_* < \eta$. Para um valor fixo de ξ, forneça condições LMIs para o cômputo de η.